ENKRIPSI DAN DEKRIPSI DATA MENGGUNAKAN ALGORITMA ElGamal ECC (ElGamal ELLIPTIC CURVE CRYPTOGRAPHY)



oleh WAN KHUDRI M0198088

SKRIPSI

ditulis dan diajukan untuk memenuhi sebagian persyaratan memperoleh gelar Sarjana Sains Matematika

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM UNIVERSITAS SEBELAS MARET SURAKARTA 2005

PENGESAHAN

SKRIPSI ENKRIPSI DAN DEKRIPSI DATA MENGGUNAKAN ALGORITMA ElGamal ECC (*ElGamal ELLIPTIC CURVE CRYPTOGRAPHY*)

yang disiapkan dan disusun oleh WAN KHUDRI M0198088

dibimbing oleh

Pembimbing I, Pembimbing II,

<u>Dr. Sutanto, DEA.</u> NIP. 132 149 079 <u>Drs. Sutrima, M.Si.</u> NIP. 132 046 018

> telah dipertahankan di depan Dewan Penguji pada hari Jum'at, tanggal 15 April 2005 dan dinyatakan telah memenuhi syarat.

	Anggota Tim Penguji		Tanda Tangan
1.	Drs. Bambang Harjito, M.App.Sc. NIP. 131 947 765	1.	
2.	<u>Sri Kuntari, M.Si.</u> NIP. 132 240 173	2.	
3.	Dewi Retno SS, M.Kom. NIP. 132 163 902	3.	

Surakarta, 15 April 2005

Disahkan oleh Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Sebelas Maret Dekan,

Ketua Jurusan Matematika,

 Drs. Marsusi, M.S.
 Drs. Kartiko, M.Si.

 NIP. 130 906 776
 NIP. 131 569 203

ABSTRAK

Wan Khudri, 2005. ENKRIPSI DAN DEKRIPSI DATA MENGGUNAKAN ALGORITMA ElGamal ECC (ElGamal ELLIPTIC CURVE CRYPTOGRAPHY). Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Sebelas Maret.

Kriptografi adalah ilmu pengetahuan untuk menjaga keamanan informasi, termasuk didalamnya terdapat proses enkripsi dan dekripsi. Enkripsi adalah suatu proses untuk mengubah *plaintext* menjadi *chipertext* dan dekripsi adalah proses untuk mengembalikan *chipertext* menjadi *plaintext*. Algoritma yang digunakan dalam enkripsi dan dekripsi disebut algoritma kriptografi. Berdasarkan jenis kuncinya, algoritma kriptografi dibagi menjadi dua, yaitu algoritma simetri dan asimetri (*public key algorithm*). Tujuan penulisan skripsi ini adalah untuk menjelaskan salah satu jenis *public key algorithm*, yaitu algoritma ElGamal ECC (*ElGamal Elliptic Curve Cryptography*).

Metode yang digunakan dalam penulisan skripsi ini adalah studi literatur dan implementasi program. Melalui studi literatur, dipelajari teori-teori yang berhubungan dengan kriptografi kurva *elliptic*, khususnya ElGamal ECC. Kemudian membuat program implementasinya.

Kekuatan ElGamal ECC tergantung pada panjang kunci yang digunakan dalam proses enkripsi dan dekripsi serta pemilihan parameter-parameter domainnya. Parameter-parameter tersebut dipilih sehingga diperoleh order *basic point* yang terbesar. Algoritma ElGamal ECC membutuhkan waktu yang lebih lama dibandingkan dengan *public key algorithm* yang lain, terutama operasi perkalian skalar kurva *elliptic* dan representasi *plaintext* menjadi titik. Tetapi memiliki tingkat keamanan yang tinggi dengan panjang kunci terpendek.

ABSTRACT

Wan Khudri, 2005. <u>ENCRYPTION AND DECRYPTION DATA USING ElGamal ECC ALGORITHM</u>. Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Sebelas Maret University.

Cryptography is a science to keep information security, includes encryption and decryption. Encryption is a process to change plaintext into chipertext and decryption is a process to rechange chipertext into plaintext. The algorithm which is used in encryption and decryption called cryptographic algorithm. Based on the type of key, cryptographic algorithm is divided into two types, they are symmetry algorithm and asymmetry algorithm (public key algorithm). The purpose of this project is to explain one of the type of public key algorithm, that is ElGamal ECC algorithm.

The method of this writing project is literature study and implementation programme. Through literature study, learned the theories which is relevant to elliptic curve cryptography, especially ElGamal ECC. Then made the implementation programme.

The strenght of ElGamal ECC depend on the length of key which is used in encryption and decryption and also selection of the domain parameters. The parameters selected so that obtained the biggest of order basic point. ElGamal ECC algorithm needs longer time than the other public key algorithm, especially elliptic curve scalar multiplication and representation plaintext into point. But it has a high security level with the shortest key length.

MOTO

"Di mana saja kamu berada, kematian akan mendapatkan kamu, kendatipun kamu di dalam benteng yang tinggi lagi kokoh......" (Surat Annisaa'. Ayat 78)

"Dan Hadapkanlah mukamu kepada agama dengan tulus dan ikhlas "
(Surat Yunus. Ayat 105)

"Orang lain hanya dapat menunjukkan pintunya.

Aku sendiri yang harus melewatinya "

(Penulis)

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah, puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat, hidayah dan inayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.

Dalam kesempatan ini penulis ingin menyampaikan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada

- 1. Bapak Dr. Sutanto, DEA, sebagai Pembimbing I yang telah memberikan bimbingan, motivasi, kritik dan saran dalam penulisan skripsi ini.
- 2. Bapak Drs. Sutrima, M.Si, sebagai Pembimbing II yang telah memberikan bimbingan, motivasi, kritik dan saran dalam penulisan skripsi ini.
- 3. Bapak dan Ibu serta adik-adiku: Oji dan Tri, yang telah memberikan doa, perhatian, dukungan dan kasih sayangnya kepada penulis.
- 4. Bapak L. Yohanes Stefanus, PhD, yang telah memberikan bimbingan dan saran dalam penulisan skripsi.
- 5. Komunitas Fasilkom UI: Kharolin "Olin" Situmorang, Yusri "Bong" dan Wiratna, terima kasih atas saran, referensi dan diskusinya di dunia maya.
- 6. Mas Rosi, terima kasih atas referensi, saran dan bantuannya.
- 7. Hengky, Atie, Ina, Teh Im, Jantu, Diani, Aan, Tiis, Opix, Yaman, 2-Bagus, Yudo, terima kasih atas kebersaman dan persahabatannya selama ini. Kalian telah mendewasakanku dan memberikan warna dalam hidupku.
- 8. Ani "Ndutz", terima kasih atas bantuan dan fasilitas komputer dalam pengujian program skripsiku. Astri "Oecrit", thanks atas dukungannya.
- 9. Rahmat, Dawieg, Sableng, Si Doel, Retno, Ayiz, Memy, Dwi "Nanda", Heny "Manahan", Diana dan rekan-rekan Math '98, terima kasih atas bantuan dan kebersamaannya selama ini.
- 10. Yudhistira *Family*: Rahmat, Wahyu, Nunu, Hendrong, Yo2k, Odien, Henry, Boy, terima kasih atas bantuan, dukungan dan ketentraman yang diberikan.
- 11. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya penulisan skripsi ini.

Surakarta, Maret 2005

Penulis

DAFTAR ISI

	Hala	aman
HALAM	AN JUDUL	i
HALAM	AN PENGESAHAN	ii
ABSTRA	.K	iii
ABSTRA	.CT	iv
HALAM	AN MOTO	v
HALAM	AN PERSEMBAHAN	vi
KATA PI	ENGANTAR	vii
DAFTAR	t ISI	viii
DAFTAR	TABEL	X
DAFTAR	C GAMBAR	xi
DAFTAR	ALGORITMA	xii
DAFTAR	LAMPIRAN	xiii
DAFTAR	NOTASI DAN SIMBOL	xiv
BAB I	PENDAHULUAN	1
	1.1. Latar Belakang	1
	1.2. Perumusan Masalah	3
	1.3. Batasan Masalah	3
	1.4. Tujuan	4
	1.5. Manfaat	4
BAB II	LANDASAN TEORI	5
	2.1. Tinjauan Pustaka	5
	2.1.1. Grup Siklis	5
	2.1.2. Lapangan Berhingga	6
	2.1.3. Lapangan Berhingga Prima (F_p)	7
	2.1.4. Grup <i>Elliptic</i> atas F_p	8
	2.1.5. Public Key Cryptosystem	9
	2.2 Kerangka Pemikiran	10

BAB III	METODE PENELITIAN	12
	3.1. Studi Literatur	12
	3.2. Implementasi Program	12
BAB IV	PEMBAHASAN	14
	4.1. Kriptografi Kurva <i>Elliptic</i>	14
	4.1.1. Kurva <i>Elliptic</i> atas F_p	16
	4.1.2. Aritmetika Kurva <i>Elliptic</i> atas F_p	17
	4.1.3. Parameter Domain Kurva Elliptic	20
	4.2. ElGamal ECC atas F_p	21
	4.2.1. Algoritma Generalized ElGamal Encryption atas F_{p}	21
	4.2.2. Algoritma ElGamal ECC	22
	4.3. Implementasi ElGamal ECC	24
	4.3.1. Algoritma Perkalian Skalar Kurva Elliptic	25
	4.3.2. Implementasi ElGamal ECC pada Software Matlab	28
	4.3.2.1. Program Penentuan Kunci	32
	4.3.2.2. Program Enkripsi ElGamal ECC	34
	4.3.2.3. Program Dekripsi ElGamal ECC	37
	4.3.3. Analisa Waktu dan Hasil Implementasi ElGamal	
	ECC	40
	4.3.3.1. Analisa Waktu Aritmetika Kurva Elliptic	40
	4.3.3.2. Analisa Waktu Representasi <i>Plaintext</i>	41
	4.3.3.3. Analisa Waktu Enkripsi dan Dekripsi	
	ElGamal ECC	42
	4.3.3.4. Hasil Implementasi ElGamal ECC	43
BAB V	PENUTUP	49
	5.1. Kesimpulan	49
	5.2. Saran	50
DAFTAR	PUSTAKA	51
I AMDID A	N	52

DAFTAR TABEL

	Hala	man
Tabel 4.1	: Invers Perkalian dari 550 dalam F_{1759}	17
Tabel 4.2	: Tabel QR_{II}	19
Tabel 4.3	: Tabel Untuk Mencari Elemen $E_{II}(1,6)$	20
Tabel 4.4	: Representasi NAF dari $k = 11$	27
Tabel 4.5	: Addition-Subtraction k.P, Untuk k=11	27
Tabel 4.6	: Function yang Tersedia dalam Matlab	29
Tabel 4.7	: Function Aritmetika Modulo	29
Tabel 4.8	: Function Aritmetika Kurva Elliptic	30
Tabel 4.9	: Function ElGamal ECC	30
Tabel 4.10	: Waktu Untuk Operasi Aritmetika Kurva Elliptic	40
Tabel 4.11	: Waktu Untuk Representasi $Plaintext \rightleftharpoons Numerik$	41
Tabel 4.12	: Waktu Untuk Representasi Numerik ⇄ Titik	41
Tabel 4.13	: Waktu Untuk Enkripsi dan Dekripsi ElGamal ECC	42
Tabel 4.14	: Hasil Implementasi Program Penentuan Kunci	43
Tabel 4.15	: Hasil Implementasi Prorgam Enkripsi ElGamal ECC	44
Tabel 4.16	: Hasil Implementasi Program Dekripsi ElGamal ECC	46

DAFTAR GAMBAR

	На	laman
Gambar 4.1	: Kurva <i>Elliptic</i> $y^2 = x^3 + x + 1$ atau $E(1,1)$	15
Gambar 4.2	: Kurva Elliptic $y^2 = x^3 - x$ atau $E(-1,0)$	15
Gambar 4.3	: Scatterplot dari Grup Elliptic $E_{11}(1,1)$	17

DAFTAR ALGORITMA

	Halar	nan
Algoritma 4.1	: Algoritma Extended Euclide	16
Algoritma 4.2	: Representasi NAF (Non Adjacent Form)	26
Algoritma 4.3	: Addition-Subtraction Algorithm	27
Algoritma 4.4	: Function Untuk Mencari Parameter Domain Kriptografi	
	Kurva Elliptic	32
Algoritma 4.5	: Function Untuk Menentukan Private Key	33
Algoritma 4.6	: Function Untuk Menghitung Public Key	33
Algoritma 4.7	: Program Penentuan Kunci	34
Algoritma 4.8	: Function Representasi Plaintext Menjadi Nilai Numerik	35
Algoritma 4.9	: Function Representasi Plaintext Numerik Menjadi Titik	35
Algoritma 4.10	: Function Enkripsi ElGamal ECC Untuk Satu titik	36
Algoritma 4.11	: Program Enkripsi ElGamal ECC	36
Algoritma 4.12	: Function Dekripsi ElGamal ECC Untuk Satu Chipertext	
	Pair of Points	38
Algoritma 4.13	: Function Representasi Titik Menjadi Nilai Numerik	38
Algoritma 4.14	: Function Representasi Nilai Numerik Menjadi Plaintext	38
Algoritma 4.15	: Program Dekripsi ElGamal ECC	39

DAFTAR LAMPIRAN

	Hala	man
Lampiran 1	: Listing Function Aritmetika Modulo	53
Lampiran 2	: Listing Function Aritmetika Kurva Elliptic	57
Lampiran 3	: Listing Function ElGamal ECC	59
Lampiran 4	: Listing Program Penentuan Kunci	67
Lampiran 5	: Listing Program Enkripsi ElGamal ECC	68
Lampiran 6	: Listing Program Dekripsi ElGamal ECC	70
Lampiran 7	: Kode ASCII	71

DAFTAR NOTASI DAN SIMBOL

 \mathbb{R} : Himpunan bilangan real

p : Bilangan prima

 F_p : Lapangan berhingga prima, $F_p = \{0,1,2,3,...,p-1\}$

 F_2^m : Lapangan karakteristik 2

A, B : Koefisien persamaan kurva elliptic $y^2 = x^3 + Ax + B \pmod{p}$

E(A,B): Persamaan kurva *elliptic* $y^2 = x^3 + Ax + B \pmod{p}$

 $E_p(A,B)$: Grup *Elliptic* atas F_p

O : Point at infinity (identitas grup elliptic)

 QR_p : Himpunan *quadratic residue modulo p*

Δ : Gradien garis antara dua titik kurva *elliptic*

#E : Banyaknya titik kurva *elliptic*

 ε : Banyaknya percobaan representasi titik

 G_E : Basic point (elemen pembangun grup elliptic $E_p(A,B)$)

 N_G : Order dari basic point

h : Kofaktor. $h = \#E / N_G$

T : Parameter-parameter domain kurva *elliptic*.

 $T = (p,A,B,G_E,N_G,h)$

 P_M : Representasi titik kurva *elliptic* dari *plaintext*

 P_C : Chipertext pair of point

V : Private key

 β : Public key

BAB I PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Dunia semakin canggih dan teknologi informasi semakin berkembang. Perkembangan tersebut secara langsung maupun tidak langsung mempengaruhi sistem perdagangan, transaksi dan sistem informasi selama ini. Terutama di era internet ini, semua informasi terkirim dengan bebas melalui suatu jaringan dengan tingkat keamanan yang relatif rendah. Untuk itulah peranan teknologi keamanan informasi benar-benar dibutuhkan. Keamanan informasi (information security) merupakan bagian yang sangat penting dari sebuah sistem dalam jaringan komputer terutama yang terhubung dengan internet. Sebuah sistem yang mempermudah dan memanjakan pengguna tidak akan berguna tanpa didukung oleh sistem keamanan yang tinggi. Oleh karena itu, informasi atau data rahasia yang akan dikirim harus disandikan agar tidak dapat dibaca oleh orang lain.

Teknik untuk mengubah informasi yang dapat dibaca/teks asli (plaintext) menjadi kode-kode tertentu disebut sebagai enkripsi (encryption) dan hasilnya disebut chipertext. Sedangkan teknik untuk mengubah chipertext menjadi plaintext disebut dekripsi (decryption). Algoritma yang digunakan untuk proses enkripsi dan dekripsi adalah algoritma kriptografi (cryptographic algorithm) atau sering disebut chiper. Algoritma kriptografi ini bekerja dengan menggunakan kunci (key) seperti kata, nomor maupun frase tetentu. Jika dilakukan enkripsi pada plaintext yang sama dengan menggunakan kunci yang berbeda, maka akan menjadi chipertext yang berbeda [11].

Menurut Menezes *et al.* [10], Doraiswamy *et al.* [6] dan Kurniawan [9], kriptografi *(cryptography)* adalah seni dan ilmu pengetahuan untuk menjaga keamanan informasi. Orangnya disebut sebagai *cryptographer*. Kebalikan dari kriptografi adalah *cryptanalysis*, yaitu seni dan ilmu untuk memecahkan *chipertext* menjadi *plaintext* tanpa melalui cara yang seharusnya. Orangnya disebut sebagai *cryptanalyst*.

Berdasarkan jenis kuncinya, algoritma kriptografi dapat dibagi menjadi

dua kelompok yaitu algoritma simetri (konvensional / private key algorithm) dan algoritma asimetri (public key algorithm). Menurut Kurniawan [9], algoritma simetri adalah algoritma yang menggunakan kunci enkripsi yang sama dengan kunci dekripsinya. Pada algoritma ini, pengirim dan penerima harus menyetujui suatu kunci tertentu yang dinamakan kunci rahasia (secret key). Contohnya adalah DES (Data Encryption Standard), Rijndael, Blowfish dan lain-lain. Sedangkan algoritma asimetri didesain sedemikian sehingga kunci yang digunakan untuk enkripsi berbeda dengan kunci untuk dekripsi. Kunci yang digunakan untuk enkripsi disebut kunci publik (public key) dan dapat diketahui oleh orang lain. Sedangkan kunci untuk dekripsi dinamakan kunci rahasia atau sering disebut sebagai private key dan hanya diketahui oleh pemiliknya. Contohnya adalah ElGamal, RSA (Rivest-Shamir-Adleman), ECC (Elliptic Curve Cryptography) dan lain-lain.

Istilah "kunci rahasia" pada algoritma simetri digunakan untuk menyatakan kunci enkripsi sekaligus kunci dekripsi dan disebut *secret key*. Sedangkan pada algoritma asimetri, kunci rahasia hanya digunakan untuk menyatakan kunci dekripsi dan sering disebut sebagai *private key*. Hal ini dapat mengakibatkan kesalahan penafsiran pada istilah "kunci rahasia". Karena itu, untuk pernyataan-pernyataan berikutnya digunakan istilah aslinya.

Menurut Purbo dan Wahyudi [11], saat ini terdapat tiga macam *public key algorithm* yang aman dan efisien berdasarkan permasalahan matematis, yaitu *Integer Factorization Problem* (IFP), *Discrete Logarithm Problem* (DLP) dan *Elliptic Curve Discrete Logarithm Problem*(ECDLP).

Jika diberikan bilangan bulat n yang merupakan hasil kali dua buah bilangan prima p dan q sehingga n=p.q, maka permasalahan matematis dalam IFP adalah mencari faktor dari n, yaitu p dan q. Contohnya adalah RSA.

DLP merupakan masalah yang didefinisikan pada aritmetika modular. Misalkan dipilih bilangan prima p dan diberikan bilangan bulat g ($0 \le g \le p-1$) serta y merupakan pemangkatan dari g, sehingga $y = g^x \pmod{p}$. Permasalahan matematis dalam DLP adalah mencari x, jika diberikan pasangan bilangan g dan y. Contohnya adalah ElGamal, Diffie-Hellman, DSA (*Disgital Signature Algorithm*).

Jika F_p himpunan lapangan berhingga (*finite field*), p bilangan prima, $P(x_P, y_P)$ titik pada kurva elliptik, dipilih V secara random sehingga Q=V.P. Permasalahan matematis dalam ECDLP adalah mencari V, jika diketahui titik P dan Q. Contohnya adalah ElGamal ECC (*ElGamal Elliptic Curve Cryptography*), ECDSA (*Elliptic Curve Digital Signature Algorithm*).

Algoritma ECC menggunakan ECDLP dan dikenalkan pertama kali oleh Koblitz dan Miller pada tahun 1985. ECC dapat digunakan untuk beberapa keperluan seperti skema enkripsi (contohnya ElGamal ECC), tanda tangan digital (contohnya ECDSA) dan protokol pertukaran kunci (contohnya Diffie Hellman ECC). Salah satu hal yang menarik mengenai ECC terletak pada tingkat keamanannya. ECC dapat menggunakan ukuran kunci yang lebih kecil dibandingkan dengan kriptografi lainnya dan memiliki tingkat keamanan yang sama. Kemampuan ini membuat ECC mempunyai keamanan yang terkuat dengan panjang kunci terpendek. Sebagai perbandingan, 160 bit ECC mempunyai tingkat keamanan yang sama dengan 1024 bit RSA atau DSA dan 224 bit ECC memiliki tingkat keamanan yang sama dengan 2048 bit RSA atau DSA [6,9,11].

Kemampuan dan keamanan ECC ini yang membuat penulis tertarik untuk mengkaji lebih dalam tentang salah satu skema enkripsinya, yaitu ElGamal ECC (*ElGamal Elliptic Curve Cryptography*) dan membuat program aplikasinya.

1.2. Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah, rumusan masalah dalam penulisan skripsi ini adalah

- 1. Bagaimana menentukan *private key* dan *public key* algoritma ElGamal ECC?
- 2. Bagaimana menentukan proses enkripsi dan dekripsi menggunakan algoritma ElGamal ECC ?
- 3. Bagaimana membuat program aplikasi komputer yang dapat melakukan enkripsi dan dekripsi berdasarkan algoritma ElGamal ECC ?

1.3. Batasan Masalah

Batasan masalah dalam penulisan skripsi ini adalah

- 1. Persamaan kurva *elliptic* yang digunakan dalam implementasi adalah $y^2 = x^3 + Ax + B \pmod{p}$ pada lapangan berhingga prima F_p .
- 2. Selama proses pengiriman sandi, tidak ada gangguan pada saluran informasi.

1.4. Tujuan

Tujuan yang ingin dicapai dalam penulisan skripsi ini adalah

- 1. Dapat menentukan *private key* dan *public key* algoritma ElGamal ECC.
- Dapat menentukan proses enkripsi dan dekripsi menggunakan algoritma ElGamal ECC.
- 3. Dapat membuat program aplikasi komputer yang dapat melakukan enkripsi dan dekripsi berdasarkan algoritma ElGamal ECC.

1.5. Manfaat

Manfaat yang diharapkan dalam penulisan skripsi ini adalah

1. Manfaat teoritis

Secara teoritis manfaat yang diperoleh dari penulisan skripsi ini adalah dapat memahami proses enkripsi dan dekripsi menggunakan algoritma ElGamal ECC (*ElGamal Elliptic Curve Cryptography*).

2. Manfaat praktis

Manfaat praktis dari hasil penulisan skripsi ini adalah dapat mengetahui, mempermudah dan mempercepat proses enkripsi dan dekripsi ElGamal ECC menggunakan program komputer. Aplikasinya dapat dikembangkan dalam berbagai bidang, yaitu transaksi *online*, *internet banking*, tanda tangan digital (*digital signature*) dan lain sebagainya.